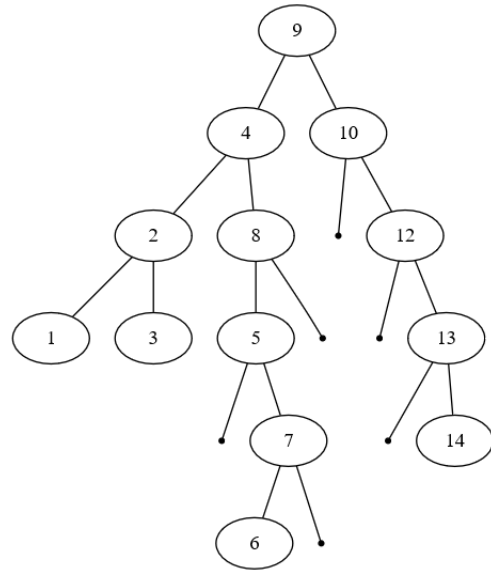


3. cvičení

Úloha 1 (Splay stromy prakticky)

Na splay stromu na obrázku proveďte následující operace:

- SPLAY(14)
- SPLAY(6)
- INSERT(11)
- DELETE(6)
- DELETE(10)
- DELETE(4)



Úloha 2 (Staticky optimální BVS)

Máme množinu klíčů $k_1 < \dots < k_n$, ze kterých chceme postavit statický BVS. Zároveň známe četnosti přístupů w_1, \dots, w_n , kde $w_i > 0$. (Také se na tyto četnosti můžeme dívat jako na pravděpodobnosti.)

Sestrojte staticky optimální BVS, který minimalizuje součet $\sum_{i=1}^n h(i) \cdot w_i$, kde $h(i)$ je hloubka klíče k_i , a kořen má hloubku 1. (Tedy takový strom, že provedení w_i přístupů ke klíči k_i pro každé i bude trvat co nejmenší dobu.)

Úloha 3 (Potenciál pro následníka)

Na prvním cvičení jsme si ukázali, že použití n operací následníka na libovolném BVS, když začneme ve vrcholu s nejmenším klíčem, má složitost $\mathcal{O}(n)$. Jak to můžeme dokázat pomocí potenciálu?

Úloha 4 (Líně vyvažujeme)

Na přednášce jste viděli binární vyhledávací stromy vyvažované líně pomocí lokálního přestavování. Prozkoumáme detaily přestavby a navrhne implementaci operace delete:

- Ukažte, že libovolný BVS lze přestavět na perfektně vyvážený v lineárním čase.
- Potenciál v amortizované analýze byl definován skrz součet potenciálů vrcholů a potenciál vrcholu $r(v)$ je buď $|s(L_v) - s(R_v)|$, nebo nula, pokud je předchozí rozdíl přesně jedna. Co by se rozbilo, kdybychom pro rozdíl jedna prostě nastavili potenciál na jedničku?
- Přidejte delete tak, jak funguje v obyčejném BST spolu s vhodným lokálním přestavením a analyzujte složitost.
- Přidejte delete pomocí náhrobků a globální přestavby stromu. To znamená, že mazané vrcholy necháme ve stromě, ale označíme je jako smazané (náhrobek). Je-li náhrobků ve stromě moc, celý strom přestavíme a přitom náhrobky zlikvidujeme. Doplňte detaily (např. kolik je „moc“) a konstrukci analyzujte.

Úloha 5 (Hloubka splay stromů nemusí být vždy logaritmická)

Navrhnete posloupnost operací, která vytvoří splay strom s lineární hloubkou a to jak pro naivní splay tak pro správný splay.

Úloha 6 (Naivita se ne vždy vyplácí)

Co se pokazí, když operaci SPLAY implementujeme naivně, tedy jen pomocí jednoduchých rotací jedné hrany?

Bonusové úlohy

Úloha 7 (Pro fajšmekry)

Proveďte přestavění BVS na perfektně vyvážený BVS v lineárním čase a s konstantní pamětí.