

Domácí úkol 6

<https://kam.mff.cuni.cz/~chmel/2122/dm/>

Zadáno 23. 11. 2021

Odevzdejte do 7. 12. 2021 8:59

Diskrétní matematika

chmel@kam.mff.cuni.cz

Úloha 1 (Nedůkaz)

Nalezněte chybu v následujícím důkazu následujícího tvrzení.

Tvrzení. Každý graf G s alespoň třemi vrcholy a všemi stupni velikosti alespoň dva obsahuje C_3 jako podgraf.

Důkaz. Důkaz povedeme indukcí podle velikosti grafu.

Báze: pro $n = 3$ je jediný graf se všemi třemi vrcholy stupně dva, a to přímo C_3 , tedy tvrzení pro $n = 3$ platí.

Indukční krok pro $n \geq 4$: máme graf G na n vrcholech. Odebráním jednoho vrcholu vytvoříme graf G' s $n-1 \geq 3$ vrcholy a z IP víme, že na G' máme C_3 jako podgraf. Přidáním dalšího vrcholu (s alespoň dvěma hranami) nám podgraf zůstává, a tedy i G má C_3 jako podgraf. \square

Tvrzení samo o sobě neplatí, ale protipříklad k tomu tvrzení *není* dostatečná chyba v důkazu. Použijte váš protipříklad k tomu, abyste vymysleli, kde důkaz selhává. [4]

Úloha 2 (Izomorfismy)

Rozhodněte, které dvojice grafů na následujícím obrázku jsou izomorfní a vaše rozhodnutí oddůvodněte. [4]

