

Domácí úkol 5

<https://kam.mff.cuni.cz/~chmel/2122/dm/>

Zadáno 9. 11. 2021

Odevzdejte do 23. 11. 2021 8:59

Diskrétní matematika

chmel@kam.mff.cuni.cz

Úloha 1 (Taktické rozsažení)

Na ceremonii korunovace krále Apátie dorazí vládci deseti sousedních států. Dle protokolu by měli být usazeni do první řady s deseti židlemi, ovšem budoucí král Apátie ví, že Velký Bratr (vládce Blahónie) nemůže sedět vedle Šedé Lišky (vládkyně Erózie), neboť by mezi nimi mohlo dojít k roztržce.

Určete, kolika způsoby lze vládce usadit do první řady, aby Velký Bratr a Šedá Liška neseděli vedle sebe. [2]

Úloha 2 (Uvažujeme kombinatoricky II)

Dokažte výpočtem i kombinatorickou úvahou, že pro libovolné $n, r, k \in \mathbb{N}$ splňující $k \leq r \leq n$ platí rovnost

$$\binom{n}{r} \cdot \binom{r}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{r-k}$$

[3]

Úloha 3 (Jak dlouho že to vlastně je?)

Míša od svého nástupu do nové práce každodenně chodí na oběd se svými pěti kolegy. Ne vždy se ale účastní všichni, protože někteří jsou doma na homeoffice.

Zatím se Míša účastnila každého oběda, a také si pamatuje následující fakta:

- každého oběda se zúčastnil ještě někdo další z kolegů,
- s každým jednotlivcem obědvala desetkrát,
- s každou dvojicí obědvala pětkrát,
- s každou trojicí obědvala třikrát,
- s každou čtveřicí obědvala dvakrát,
- a se všemi najednou obědvala jednou.

Kolik dní už je Míša v nové práci?

Pozor: výsledkem *není* 141 dní.

[2]

Úloha 4 (Tisková chyba)

Dan objevil článek o oblíbenosti příchutí zmrzlin. Zjistil následující informace:

- 65 % lidí má rádo čokoládovou,
- 57 % lidí má rádo vanilkovou,
- 58 % lidí má rádo stracciatellu,
- 28 % lidí má rádo čokoládovou i vanilkovou,
- 30 % lidí má rádo čokoládovou i stracciatellu,
- 27 % lidí má rádo vanilkovou i stracciatellu,
- 12 % lidí má rádo všechny tři příchutě.

Když se snažil zjistit, kolik procent lidí nemá rádo ani jednu z těchto příchutí, dospěl k názoru, že neumí počítat. Ukažte, že chyba nebyla (jenom) na Danově straně. [2]