

Domácí úkol 1

<https://kam.mff.cuni.cz/~chmel/2122/dm/>

Zadáno 5. 10. 2021

Odevzdejte do 19. 10. 2021 8:59

Diskrétní matematika

chmel@kam.mff.cuni.cz

Na stránce cvičení najdete obecný návod jak řešit úkoly a pokud chcete používat $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, pak i vzor řešení. Pokud máte nějaké dotazy k zadání, napište mi.

Úloha 1 (Vzoreček)

Dokažte indukcí následující vzoreček pro každé $n \geq 2$:

$$\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}.$$

[1]

Úloha 2 (Dvacet tisíc korun ve dvoukorunách)

Dokažte, že s dvoukorunami a pětikorunami umíte zaplatit částku $k \in \mathbb{N}$ korun pro libovolné $k \geq 4$. Pokud použijete indukcí s jiným indukčním krokem než $A(n) \Rightarrow A(n+1)$, nezapomeňte krátce oddůvodnit korektnost postupu.

[2]

Úloha 3 (Rozkrájený obdélník)

Máme obdélník v rovině a do něj kreslíme úsečky od kraje ke kraji. Dokažte, že výsledné oblasti uvnitř obdélníku umíme obarvit dvěma barvami tak, aby se každé dvě oblasti, které se dotýkají, lišily barvou. (Dotyky přes bod nepočítáme.)

[3]