

11. cvičení

Úloha 1 (Kos-tič-ky)

Házejme n šestistěnnými spravedlivými kostkami.

- Kolik je v našem pravděpodobnostním prostoru elementárních jevů?
- Jaká je pravděpodobnost, že
 - nám padl součet 16 při hodu $n = 3$ kostkami?
 - na kostkách máme aspoň jednu šestku?
 - na kostkách máme právě dvě šestky?
 - na všech kostkách máme různá čísla?
- Jsou jevy „Na první kostce padlo alespoň j “ a „Na první kostce padlo sudé číslo“ nezávislé pro
 - $j = 4$?
 - $j = 5$?
- Jaká je podmíněná pravděpodobnost toho, že nám na $n = 3$ kostkách padla aspoň jedna šestka za předpokladu, že součet hozených čísel je přesně 8?

Úloha 2 (Žárovky)

Máme tři krabice se žárovkami. V první je 10 žárovek, z nich jsou 4 špatné, ve druhé je 6 žárovek, jediná z nich špatná, a ve třetí je 8 žárovek, z nich jsou 3 špatné. Náhodně zvolíme krabici a z této krabice náhodně zvolíme žárovku. Jaká je pravděpodobnost, že bude žárovka funkční?

Úloha 3 ($\$jmeno1$, $\$jmeno2$ mají narozeniny)

Mějme skupinu n lidí. Jaká je pravděpodobnost, že dva z nich mají narozeniny ve stejný den? Předpokládejte, že se každý den v roce rodí stejně lidí, přestupné dny můžete zanedbat.

Úloha 4 (Po dvou nezávislé jevy nemusí být nezávislé)

Ve vhodném pravděpodobnostním prostoru najdete jevy A, B, C takové, že libovolná dvojice z nich je nezávislá, ale všechny tři dohromady nikoliv.

Úloha 5 (Tak takhle se vydělává!)

Sázková společnost vyrobila 10 000 stíracích losů. Jeden los vyhrává 100 000 Kč, pět dalších vyhrává každý 50 000 Kč, a 100 dalších vyhrává každý 1 000 Kč. Pokud společnost prodává jeden los za 100 Kč, jaká je střední hodnota zisku (nebo ztráty), pokud si koupíme jeden los?

Úloha 6 (Let's Make a Deal)

V zábavném pořadu Let's Make a Deal nabízel moderátor Monty Hall výhru pod následujícími pravidly: Výhra – automobil je schovaná za jedněmi ze tří dveří. Za zbylými dvěma je cena útěchy – koza. Hráč nejprve na některé dveře ukáže. Moderátor, který ví kde se skrývá výhra, otevře z ostatních dveří takové, že je za nimi výhra není. V této situaci má hráč otevřít jednu ze zbylých dvou dveří, aby dostal, co se za nimi skrývá. Je pro hráče výhodné změnit názor a otevřít jiné dveře, než na které prve ukázal?

Úloha 7 (Pevné body)

Mějme náhodnou permutaci na n prvcích. Určete střední hodnotu počtu pevných bodů této permutace.

Bonusové úlohy

Úloha 8 (Přetvořme si minci)

Mějme nespravedlivou minci (tedy panna padá s pravděpodobností p a orel s pravděpodobností $1 - p$ pro nějaké $p \in (0, 1)$). Nalezněte způsob, jak pomocí několika hodů mincí odsimulovat spravedlivou minci.