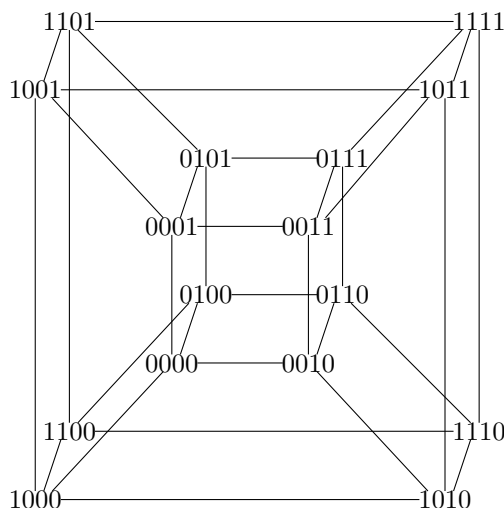
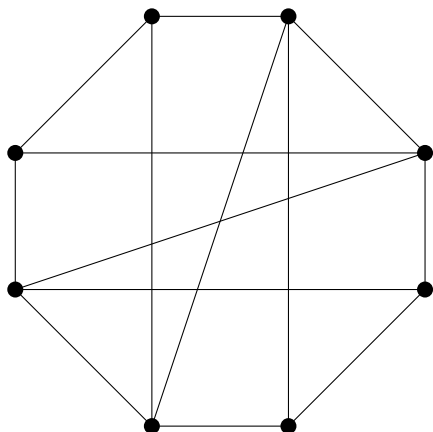


10. cvičení

Úloha 1 (Tesseract, ale ne ten od Marvelu)

Rozhodněte, zda graf nalevo je rovinný. Dále dokažte, že tesseract Q_4 (čtyřdimenzionální ekvivalent krychle) zobrazený napravo není rovinný.



Úloha 2 (Počet stěn)

Ukažte, že počet stěn v rovinném nakreslení grafu s alespoň třemi vrcholy je nejvýše:

- $2n - 4$
- $n - 2$, pokud graf neobsahuje žádné trojúhelníky

Úloha 3 (Čtyři barvy (někdy) stačí)

Dokažte, že každý rovinný graf bez trojúhelníků lze obarvit čtyřmi barvami.

Úloha 4 (Doplňky rovinných grafů)

Ukažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný a najděte příklad co do počtu vrcholů největšího rovinného grafu, jehož doplněk je rovinný.

Úloha 5 (Kubické rovinné grafy)

Existuje kubický (3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- právě 12 šestiúhelníkových stěn?
- právě 12 pětiúhelníkových stěn?
- právě jednu dvacetiúhelníkovou stěnu a k tomu 10 pětiúhelníkových stěn?

Úloha 6 (Barevnost duálu)

Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupně, pak je barevnost jeho duálu rovna dvěma.

Bonusové úlohy

Úloha 7 (Obarvíme všechno jako včelí medvídci)

Dokažte, že pro každý graf s maximálním stupněm Δ platí $\chi(G) \leq \Delta + 1$.

Hint: zkuste to ukázat pomocí nějakého (jednoduchého hladového) algoritmu.

Úloha 8 (Zahrajte si (po cvičení))

Na adrese <https://www.jasondavies.com/planarity/> můžete najít hru, kde máte za úkol rozmotat nakreslení grafu, aby bylo rovinné. Pokud chcete získat lepší intuici pro rovinné grafy, je to, řekl bych, celkem zábavný způsob :)