Domácí úkol 4

`https://kam.mff.cuni.cz/~chmel/2021/DM/` Odevzdejte do 18. 11. 2020 12:20 na Moodle

Diskrétní matematika chmel@kam.mff.cuni.cz

Úloha 1 (Taktické rozsazení)
Na ceremonii korunovace krále Apátie dorazí vládci deseti sousedních států. Dle protokolu by měli být usazeni do první řady s deseti židlemi, ovšem budoucí král Apátie ví, že Velký Bratr (vládce Blahónie) nemůže sedět vedle Šedé Lišky (vládkyně Erózie), neboť by mezi nimi mohlo dojít k roztržce.
Určete, kolika způsoby lze vládce usadit do první řady, aby Velký Bratr a Šedá Liška neseděli vedle sebe. **[2]**

Úloha 2 (Uvažujeme kombinatoricky II)
Dokažte výpočtem i kombinatorickou úvahou, že pro libovolné $n, r, k \in \mathbb{N}$ splňující $k \leq r \leq n$ platí rovnost

$$\binom{n}{r} \cdot \binom{r}{k} = \binom{n}{k} \cdot \binom{n-k}{r-k}$$

[3]

Úloha 3 (Už to trvá fakt dlouho)
Bety od prvního dne lockdownu se svými pěti kamarády každodenně organizuje společný online oběd.
Zatím se účastnila každého oběda, a také si pamatuje následující fakta:

- každého oběda se zúčastnil ještě někdo další z kamarádů,
- s každým jednotlivcem obědvala desetkrát,
- s každou dvojicí obědvala pětkrát,
- s každou trojicí obědvala třikrát,
- s každou čtveřicí obědvala dvakrát,
- a se všemi najednou obědvala jednou.

Kolik dní už lockdown trvá?
Pozor: výsledkem *není* 141 dní. **[2]**

Úloha 4 (Tisková chyba)
Dan objevil článek o oblíbenosti příchutí zmrzlin. Zjistil následující informace:

- 65 % lidí má rádo čokoládovou,
- 57 % lidí má rádo vanilkovou,
- 58 % lidí má rádo stracciatellu,
- 28 % lidí má rádo čokoládovou i vanilkovou,
- 30 % lidí má rádo čokoládovou i stracciatellu,
- 27 % lidí má rádo vanilkovou i stracciatellu,
- 12 % lidí má rádo všechny tři příchutě.

Když se snažil zjistit, kolik procent lidí nemá rádo ani jednu z těchto příchutí, dospěl k názoru, že neumí počítat.
Ukažte, že chyba nebyla (jenom) na Danově straně. **[2]**