

Domácí úkol 1

<https://kam.mff.cuni.cz/~chmel/2021/DM/>

Odevzdejte do 21. 10. 2020 12:20 na Moodle

Diskrétní matematika

chmel@kam.mff.cuni.cz

Na stránce cvičení najdete obecný návod jak řešit úkoly a pokud chcete používat $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, pak i vzor řešení. Pokud máte nějaké dotazy k zadání, napište mi.

Úloha 1 (Rozdíl množin a potenční množina)

Nechť A, B jsou libovolné množiny. Místo podtržítka doplňte jedno z $\subset, \supset, =$, „nemusí být inkluzí porovnatelné“ a svou volbu oddůvodněte: $\mathcal{P}(A \setminus B) _ \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$. [2]

Úloha 2 (Vzoreček)

Dokažte (indukcí) následující vzoreček pro každé $n \geq 2$: $\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}$. [1]

Úloha 3 (Dvacet tisíc korun v dvoukorunách)

Dokažte, že s dvoukorunami a pětikorunami umíte zaplatit částku $k \in \mathbb{N}$ korun pro libovolné $k \geq 4$. Pokud použijete indukci s jiným indukčním krokem než $A(n) \Rightarrow A(n+1)$, nezapomeňte krátce oddůvodnit korektnost postupu. [2]

Úloha 4 (Celá čísla)

Je dáno reálné číslo x takové, že $x + \frac{1}{x}$ je celé. Dokažte, že pro každé přirozené n je i číslo $x^n + \frac{1}{x^n}$ celé. [3]