6. DÚ Z DISKRÉTKY

poslední úkoly vzplály ...

Příklad první – [2b]

Dokažte, že žádný k-regulární bipartitni graf neobsahuje most.

Příklad druhý – [2b]

Nezávislá množina $X \subseteq V(G)$ je taková, kde žádný vrchol z X nemá hranu s žádným jiným vrcholem z X, čili X je prázdný indukovaný podgraf G. Dokažte, že každý strom o n vrcholech má nezávislou množinu o velikosti alespoň $n/2$ a nalezněte algoritmus, který nalezne tu největší možnou (která může být ještě větší).

Příklad třetí – [3b]

Dokažte, že každý graf G s maximálním stupněm Δ obsahuje nezávislou množinu o velikosti alespoň $n/(\Delta + 1)$.

Příklad čtvrtý – [2b]

Dokažte, že každý souvislý graf s n vrcholy obsahuje podgraf, který je stromem také na n vrcholech. Dokažte pak také, že každý souvislý graf různý od stromu obsahuje alespoň 3 různé takové stromy. (Ty stromy mohou být izomorfní, ale mají různé hrany.)

Příklad pátý – [1-5b]

Nechť G je graf na n vrcholech s minimálním stupněm δ, a navíc je souvislý. Na cvičeních jsme měli, že vždy obsahuje cestu délky alespoň δ. Předpokládejme, že graf G neobsahuje Hamiltonovskou cestu (že neobsahuje cestu délky $n - 1$). Nalezněte funkci f takovou, že graf G už potom obsahuje cestu délky $f(\delta)$.

5 bodů je za $f(\delta) = 2\delta$, 0 bodů za $f(\delta) = \delta$. Čím větší funkci získáte, tím víc bodů pro Vás.