2. DÚ Z DISKRÉTKY

relace

Příklad první – [2b]

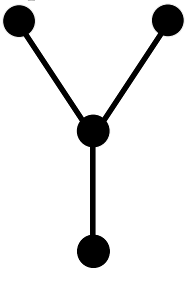
Níže najdete různé způsoby zadání relací. Poté, co jim porozumíte, rozhodněte

- zda-li mají některé speciální vlastnosti (reflexivitu, symetrii, částečné uspořádání atd.)
- Jsou-li některé dvě isomorfní (totožné až na přejmenování prvků nosné množiny).

První relace je zadána čtvercovou maticí $n \times n$: prvky jsou elementy $x_1 \ldots x_n$, na pozici $a_{(i,j)}$ se nachází 1, pokud $x_i R x_j$, a 0 naopak.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

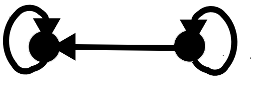
Druhá relace je zadána Hasseovým diagramem, jak ho znáte z přednášky. (To znamená, že je to automaticky částečné uspořádání – jiné relace se Hasseovým diagramem nekreslí). Pokud Hasseův diagram neznáte, podívejte se třeba na Wikipedii nebo do Kapitol.



Třetí relace je zadána přímo.

$$a, b, c, d : aRb, bRa, aRa, dRb, bRd, aRd, dRa, cRc, bRb.$$

Nakonec čtvrtá relace je zadána obrázkem, kterému později budeme říkat "graf". Zatím stačí chápat, že body obrázku odpovídají prvkům relace a pokud je xRy, pak z x vede orientovaná šipka do y.



Příklad druhý – [2b]

Nechť S je relace soudělnosti na přirozených číslech bez 1, tedy: $mSn \equiv NSD(m,n) > 1$. Jaké vlastnosti má tato relace?

Příklad třetí – [1b]

Mějme tranzitivní a symetrickou relaci, pro kterou víme, že každý prvek je v relaci alespoň s jedním dalším. Dokažte, že pak se už jedná o ekvivalenci.

Příklad čtvrtý – [1b]

Kolik je možných reflexivních relací pro nosnou množinu velikosti n?