5. CVIČENÍ Z DISKRÉTKY

pravděpodobnost

Příklad první

Pokládejme k kuliček do p přihrádek. Jaký je počet neekvivalentních způsobů, jak to provést, když:

- kuličky jsou rozlišitelné (každá jinou barvu) a v přihrádce musí být nejvýše jedna?
- ... rozlišitelné a v každé přihrádce může být libovolně mnoho?
- kuličky jsou nerozlišitelné, a v přihrádce musí být nejvýše jedna?
- ... nerozlišitelné, a v přihrádce libovolně mnoho?

Příklad druhý

(V následujícím příkladu nebereme v potaz porodnost chlapců a dívek, chápeme ji jako stejnou.)

Paní Jedináčková má jedno dítě. Jaká je pravděpodobnost, že je to chlapec?

Paní Dvouděložná má dvě děti. Alespoň jeden z nich je chlapec. Jaká je pravděpodobnost, že obě děti jsou chlapci?

Prozradím vám, že ten „alespoň jeden“ chlapec u paní Dvouděložné je ten starší. Změnila se pravděpodobnost, že obě děti jsou chlapci?

Příklad třetí

Ze 100 vegetariánů je 9 homosexuálů. Náhodně vyberme dva z nich. Jaká je pravděpodobnost, že jsou oba homosexuálové? Vyřešte pomocí podmíněné pravděpodobnosti.

Příklad čtvrtý

(Narozeninový paradox.) Kolik je třeba lidí, aby pravděpodobnost, že dva z nich mají narozeniny ve stejný den, přesáhla 50% ?

Příklad pátý

Menza odebírá obědy od dvou společností. Od jedné odebírá 30% obědů a z toho je 80% poživatelných, od druhé společnosti je 85% poživatelných. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně objednané jídlo v menze bude poživatelné?

Příklad šestý – [1/2b]

Dva kamarádi si chtějí hodit korunou (s pravděpodobností výhry 1/2), ale maji jen Elbonskou minci, která má pravděpodobnost panny p a orla $1-p$. Je možné, aby pomocí této mince našli postup, který oběma zaručí pravděpodobnost 1/2?

Příklad sedmý – [1/2b]

Mějme pravou minci (1/2). Vymyslete postup, kterým lze pomocí této mince simulovat rovnoměrné rozdělení mezi čísly $1 \dots N$, tedy aby každé z nich mělo pravděpodobnost $1/N$.

Nápověda: Je dobrý důvod, proč u ani jednoho z těchto příkladů není napsáno "vymyslete algoritmus".