

1. CVIČENÍ Z DISKRÉTKY

úvod, indukce, systémy množin

PŘÍKLAD PRVNÍ

Dokažte matematickou indukcí následující (jednoduché) rovnosti:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n (2i-1) = n^2$$

PŘÍKLAD DRUHÝ

Dokažte matematickou indukcí, jaký je počet oblastí, které vymezuje n přímek v obecné poloze (žádné nejsou rovnoběžné a každé dvě mají unikátní průsečík).

PŘÍKLAD TŘETÍ

Dokažte, že pro systém všech podmnožin množiny X (značený 2^X) platí, že má stejně podmnožin liché velikosti jako sudé velikosti.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ

Mějme mřížku (šachovnici) o velikosti $2^n \times 2^n$. Vaším cílem bude pokrýt tuto mřížku políčky tvaru L, tedy čtverci 2×2 , kde jedno políčko chybí.

Aby to nebylo tak snadné (nebo tak nemožné), jedno políčko na šachovnici je už dopředu vyloupeno. Ukažte, že je ji nyní možné pokrýt, nezávisle na tom, které políčko je vyloupeno.

PŘÍKLAD PÁTÝ – [4B]

Mějme šachovnici $3 \times n$, chodíme figurkou po políčkách. Kolik existuje cest, tedy posloupností tahů „nahoru, doprava, dolů, doleva“ takových, že každá začíná v levém dolním rohu, končí v pravém horním rohu a každým políčkem prochází právě jednou?

Nápověda: Použijte indukci, respektive rekurenci – převod na menší příklad téhož.