

9. CVIČENÍ Z ADS2

Stavíme z hradel

PŘÍKLAD PRVNÍ Sestrojte hradlovou síť logaritmické hloubky, která porovná dvě n -bitová čísla x a y a vydá jedničku, pokud $x < y$.

PŘÍKLAD DRUHÝ Navrhněte komparátorovou síť pro hledání maxima: dostane-li n prvků, vydá takovou permutaci, v níž bude poslední hodnota největší.

PŘÍKLAD TŘETÍ Sestrojte hradlovou síť logaritmické hloubky, která pro dvě n -bitová čísla a a b ($b \leq a$) spočítá $a - b$.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ **Rychlá třídička pro jednu permutaci.** Mějme nějakou pevnou permutaci π na množině $\{1, \dots, n\}$. Navrhněte postup, jak pro tuto konkrétní π sestrojíte logaritmicky hlubokou komparátorovou síť, která tuto permutaci setřídí.

Tímto si pro jednu konkrétní permutaci polepšíme oproti standardní třídičce, která zvladne všechny permutace $1, \dots, n$ najednou, ale vyžaduje hloubku $O(\log^2 n)$.

PŘÍKLAD PÁTÝ Sestrojte booleovskou hradlovou síť logaritmické hloubky, která otestuje, zda dané binární číslo je dělitelné 6.

PŘÍKLAD ŠESTÝ BATCHERŮV ALGORITMUS na paralelní třídění pracuje stejně jako merge-sort nebo bitonická třídička: nejprve rozdělí vstup na jednoprvkové posloupnosti, a pak paralelně třídí sléváním.

Batcherovo slévání BMERGE (tj. na vstupu dostaneme posloupnosti $x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_{n-1}$ a $y_0 \leq y_1 \leq \dots \leq y_{n-1}$ a máme je setřídít dohromady) bude probíhat takto:

1. $(a_0, \dots, a_{n-1}) \leftarrow \text{BMERGE}((x_0, x_2, \dots, x_{n-2}), (y_0, y_2, \dots, y_{n-2}))$.
2. $(b_0, \dots, b_{n-1}) \leftarrow \text{BMERGE}((x_1, x_3, \dots, x_{n-1}), (y_1, y_3, \dots, y_{n-1}))$
3. Vrať posloupnost $a_0, \min(a_1, b_0), \max(a_1, b_0), \min(a_2, b_1), \max(a_2, b_1), \dots, b_{n-1}$.

Vášim úkolem je:

- Nakreslit schéma třídící sítě BMERGE. Kolik bude mít hloubku a kolik bude mít celá třídička hradel?
- Dokázat, že BMERGE funguje. Můžete použít 0 – 1 lemma z minula.

PŘÍKLAD SEDMÝ Sestrojte hradlovou síť hloubky $O(\log^2 n)$, která dostane matici sousednosti neorientovaného grafu $n \times n$ a rozhodne, zda je graf souvislý.