

8. CVIČENÍ Z KOMBINATORIKY A GRAFŮ

Souvislost podruhé, počítání dvěma způsoby

PŘÍKLAD PRVNÍ Dokažte následující zobecnění Mengerovy věty:

1. Graf G je vrcholově k -souvěsly právě tehdy, když pro každý vrchol v a množinu $A \in \binom{V(G)}{k}$ existuje k cest mezi v a vrcholy množiny A , které jsou vrcholově disjunkt ní až na vrchol v .
2. Graf G je vrcholově k -souvěsly právě tehdy, když pro každé dvě množiny vrcholů $A, B \in \binom{V(G)}{k}$ (ne nutně disjunkt ní) existuje k vrcholově disjunkt níh cest, jejichž jeden krajní vrchol leží v A a druhý v B .

PŘÍKLAD DRUHÝ Dokažte, že ve vrcholově k -souvěslém grafu libovolných k vrcholů leží na společné kružnici. *Vhodné nástroje:* spor, Mengerova věta, Dirichletův princip

PŘÍKLAD TŘETÍ Dokažte platnost následující identity pomocí vhodné interpretace levé a pravé strany:

$$n2^{n-1} = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k}$$

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Určete počet koster následujících grafů. Symbol \oplus_e značí slepení dvou grafů za hranu e a \div_e značí podrozdělení hrany e .

1. $K_n - e$
2. $C_m \oplus_e C_n$
3. $C_m \oplus_e K_n$
4. $K_n \div_e$