

3. CVIČENÍ Z KOMBINATORIKY A GRAFŮ

Vytvořující funkce a zobecněná binomická věta

PŘÍKLAD PRVNÍ Najděte příslušné koeficienty u následujících funkcí

- $[x^{18}]$ funkce $\left(\frac{1-x^6}{1-x}\right)^{12}$
- $[x^4]$ funkce $\sqrt{1+x}$
- $[x^5]$ funkce $(1-2x)^{-2}$
- $[x^4]$ funkce $(1+x)^{\frac{1}{3}}$
- $[x^3]$ funkce $(x-1)^{\frac{1}{2}}$

PŘÍKLAD DRUHÝ Chceme koupit 50 kusů limonád. Na výběr máme 3 druhy, chceme od každého druhu alespoň 10 kusů. Obchod má pouze 20 kusů červených, 30 kusů zelených a 40 kusů žlutých. Kolika způsoby můžeme nákup provést?

PŘÍKLAD TŘETÍ Matematický drak souhlasil s navrácením princezny Konstanty princovi Integrovi pokud mu pro každé n dodá truhlu s n předměty - sudý počet stříbrných pohárů, násobek pěti zlatých mincí, nejvýše 4 polodrahokamy a potenciálně jednou perlou. Kolika způsoby lze připravit n -tou truhlu?

Nalezněte řešení jako koeficient polynomu nějaké vytvořující funkce.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Najděte explicitní vzorec pro následující posloupnosti:

- $a_0 = 1; a_n = 2a_{n-1} + 3$
- $a_0 = 1; a_1 = 2; a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$