

1. CVIČENÍ Z KOMBINATORIKY A GRAFŮ

Odhady faktoriálu a binomických koeficientů

PŘÍKLAD PRVNÍ Kolik existuje funkcí $f : [n] \rightarrow [m]$?

- všech
- rostoucích
- neklesajících

Porovnejte jejich počty.

PŘÍKLAD DRUHÝ Kolik je v konvexním n -úhelníku protínajících se dvojic tětiv? (Tětivy se stejným koncovým bodem se neprotínají.)

PŘÍKLAD TŘETÍ Kolika způsoby umíme přiřadit m míčků do n přihrádek, pokud

- jsou míčky očíslované,
- jsou míčky stejné,
- je polovina míčků červených a polovina modrých?

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Porovnejte mezi sebou následující kombinační čísla

$$\binom{80}{20}, \binom{80}{60}, \binom{80}{70}, \binom{90}{10}, \binom{90}{30}, \binom{90}{70}$$

PŘÍKLAD PÁTÝ Porovnejte následující výrazy pro velká n : 2^n , $\binom{2n}{n}$, $\binom{2n}{2}$, $\sum_{k=1}^n k!$, n^n

PŘÍKLAD ŠESTÝ V řadě je n skříněk a v každé je uzamčen právě jeden klíč (klíče jsou náhodně zamíchány), přičemž skříňku číslo 1 umíme odemknout záložním klíčem. Následně můžeme nalezeným klíčem odemknout příslušnou skříňku a pokračovat dál. Jaká je pravděpodobnost, že tímto postupem odemkneme všechny skřínky?

PŘÍKLAD SEDMÝ Odhadněte $\binom{2k+1}{k}$ pomocí $\binom{2k}{k}$ z obou stran. (Bude se hodit použít Pascalův trojúhelník.)