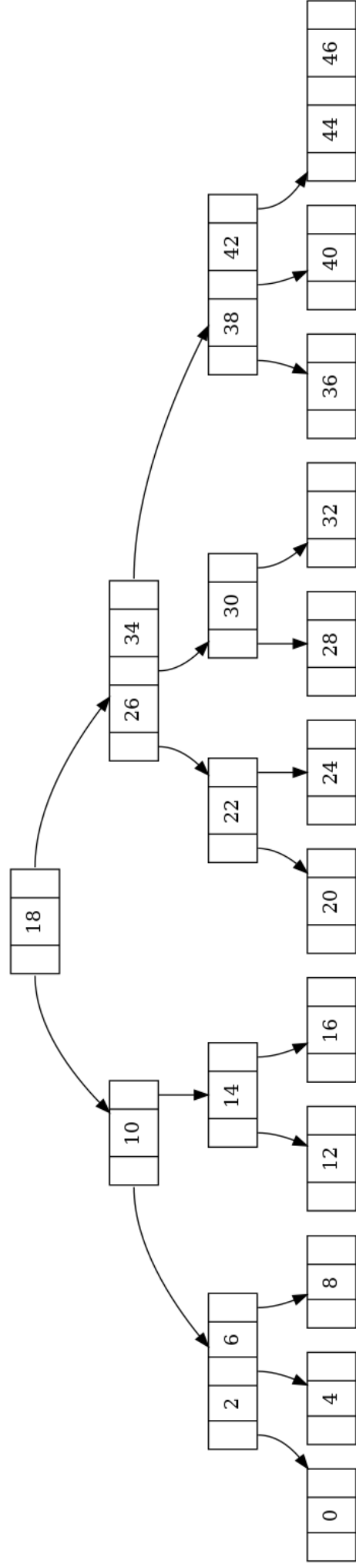


4. CVIČENÍ Z DATOVÝCH STRUKTUR 1, ZS26/27

(a, b) -stromy

1. *Jedna $(2, 3)$ -rozcvička.* Viz druhá strana.
2. *Vytvoření (a, b) -stromu v lineárním čase.* Ukažte, že libovolný (a, b) -strom (i pro $b = 2a - 1$) lze vytvořit ze setříděné posloupnosti klíčů v lineárním čase.
3. *Logaritmická složitost $(a, 2a - 1)$ -stromů.* Z přednášky víme, že libovolná posloupnost m operací INSERT a DELETE na $(a, 2a)$ -stromu celkem změní jenom $O(m)$ vrcholů, pokud začneme s prázdným stromem. Ukažte, že toto neplatí pro $(a, 2a - 1)$ -stromy, tedy pro libovolné m, n navrhnete posloupnost m operací na stromě s $\Theta(n)$ vrcholy, která celkem změní $\Omega(m \cdot \log n)$ vrcholů. Můžete začít s $(2, 3)$ -stromy a potom zobecnit pro libovolné a . Zároveň můžete začít s libovolným validním $(a, 2a - 1)$ -stromem a pak ukázat, že lze takový strom lze vyrobit z prázdného stromu.
4. *Srovnání.* Srovnejte (a, b) -stromy s dalšími (binárními) vyhledávacími stromy (splay stromy, AVL, červeno-černými, ...). Jaké jsou výhody a nevýhody (a, b) -stromů stromů?
5. *Větší zaplnění.* Nevýhodou (a, b) -stromů je, že plýtvají pamětí – může se stát, že vrcholy jsou zaplněné jen z poloviny. Navrhnete úpravu, která zaručí zaplnění z alespoň $2/3$, až na kořen. Chtěli bychom tedy dostat $(\frac{2}{3}b, b)$ -strom. (Můžete pro jednoduchost předpokládat, že a je dost velké.)
6. *(a, b) -join.* Navrhnete operaci JOIN(X, Y), která dostane dva (a, b) -stromy X a Y a sloučí je do jednoho. Může se přitom spolehnout na to, že všechny klíče z X jsou menší než všechny z Y . Zkuste dosáhnout složitosti $O(\log |X| + \log |Y|) = O(\log(|X| + |Y|))$.
7. *Bonus: (a, b) -split.* Navrhnete operaci SPLIT(T, x), která zadaný (a, b) -strom T rozdělí na dva stromy. V jednom budou klíče menší než x , v druhém ty větší. Pokuste se o logaritmickou časovou složitost. (Hint: vhodně rozdělte T na podstromy.)



Obrázek 1: Na tomto $(2, 3)$ -stromu proveďte následující operace (tedy alespoň dokud si nebudete jisti, jak přesně operace fungují): $\text{INSERT}(7)$, $\text{INSERT}(48)$, $\text{DELETE}(44)$, $\text{DELETE}(40)$, $\text{DELETE}(32)$, $\text{DELETE}(30)$ a $\text{DELETE}(16)$.
(Pak můžete opakovat vložení náhodného čísla a smazání náhodné prvku ve stromu.)