1. Na vstupu dostanete celá čísla a, b, c, d. Úkol je najít taková celá čísla x, y, že $(ax + by) \bmod c = d$ (existují-li). Požadovaná časová složitost: $O(\log \max\{a, b, c, d\})$.

2. Dostanete zadáno přirozené číslo n, celé číslo x a setříděnou posloupnost celých čísel $a_1, \ldots, a_n$ – tj. $(\forall i)\ a_i \leq a_{i+1}$. Nalezněte indexy $i \neq j$ takové, že $a_i + a_j = x$ (existují-li). Požadovaná časová složitost: $O(n)$.

3. Dostanete zadáno přirozené číslo x, $0 \leq x < 2^{32}$. Nalezněte číslo, jehož bitový zápis je obrácený (tj. pro vstup

   $$11 = \overbrace{00\ldots0}^{28\times}1011_b$$

   je správný výsledek

   $$1101\overbrace{00\ldots0_b}^{28\times} = 2^{31} + 2^{30} + 2^{28} = 3489660928.$$

   Požadovaná časová složitost: nanejvýš 20 aritmetických operací.

4. Fibonacciho čísla jsou zadána rekurzivně vztahy $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ a $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ pro $n \geq 0$. Pro zadané přirozené číslo n spočítejte n-té Fibonacciho číslo F_n. Požadovaná časová složitost: $O(\log n)$. Nápověda: zamyslete se nad mocninami matice

   $$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Hodnota čísla $x = (a_0a_1\ldots a_n)_F$ (kde $a_i \in \{0, 1\}$) ve Fibonacciho soustavě je dána vztahem

   $$x = \sum_{i=0}^{n} a_iF_i,$$

   tj. například $5 = (000001)_F = (00011)_F$ – zjevně tento zápis není jednoznačný. Napište program, který načte ze dvou souborů dvě čísla $x = (a_0a_1\ldots a_n)_F$ a $y = (b_0b_1\ldots b_m)_F$ ve Fibonacciho soustavě a vypíše jejich součet (také v této soustavě). n a m mohou být libovolná přirozená čísla – tj. nepředpokládejte, že se vám zápisy čísel x a y vejdou do paměti. Požadovaná časová složitost: $O(n + m)$.