1. Sečtěte následující řadu:

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}^2$$

2. G je vnějškově rovinný, pokud existuje jeho rovinné nakreslení takové, že všechny vrcholy G leží na hranici jedné z jeho stěn. Dokažte, že existuje nejvýše c^n navzájem neizomorfních vnějškově rovinných grafů s n vrcholy, kde c je nějaká konstanta.

3. Určete počet symetrií krychle. Symetriemi rozumíme rotace a zrcadlení taková, že převádí krychli samu na sebe; dvojrozměrná krychle má tedy 8 symetrií – 4 rotace a 4 rotace se zrcadlením. Dvě symetrie považujeme za stejné, pokud všechny vrcholy zobrazí na stejná místa (i když třeba jiným postupem).

4. Mějme vrcholově 2-souvislý graf G. Zvolme v něm 4 navzájem různé vrcholy v_1, v_2, v_3 a v_4. Ukažte, že v něm existuje dvojice vrcholově disjunktních cest spojujících buď v_1 s v_3 a v_2 s v_4, nebo v_1 s v_4 a v_2 s v_3.

5. Množina $X \subseteq V(G)$ v grafu G je nezávislá, pokud mezi žádnými dvěma vrcholy z X nevede hrana. Velikost největší nezávislé množiny označme $\alpha(G)$. Určete pro které stromy na n vrcholech je α minimální a pro které maximální.

6. Kolik dobrých obarvení (tj. takových, že žádné dva vrcholy spojené hranou nemají stejnou barvu) barvami $\{1, \ldots, k\}$ má úplný graf na n vrcholech (n sudé), z nějž odebereme perfektní párování?

7. Označme $K(G)$ počet koster grafu G. Nechť G_1 je úplný graf na n vrcholech bez dvou hran z jednoho vrcholu, a G_2 úplný graf na n vrcholech bez dvou disjunktních hran. Spočtěte $4K(G_1) + (n-3)K(G_2)$.

8. Dokažte, že v každé rovinné triangulaci existuje buď vrchol stupně menšího než 5, nebo vrchol stupně 5 sousedící s vrcholem stupně nejvýše 6.

9. Ukažte, že graf má barevnost nanejvýš k právě tehdy, když existuje pořadí vrcholů takové, že hladový algoritmus ho obarví nanejvýš k barvami. Hladový algoritmus funguje tak, že probírá vrcholy v zadaném pořadí a přiřazuje jim vždy nejmenší možnou barvu – tj. takovou, která není použita na žádném z jeho sousedů. Dále ukažte, že pro každé k existuje bipartitní graf takový, že pro nějaké pořadí jeho vrcholů ho hladový algoritmus obarví více než k barvami.