1) Nechť W(2, k) je nejmenší číslo n takové, že libovolné obarvení čísel $\{1, 2, \ldots, n\}$ dvěma barvami obsahuje jednobarevnou aritmetickou posloupnost délky k. Dokažte, že $W(2, k) > \frac{2^{k-1}}{ek}$.

2) Mějme neorientovaný graf G na vrcholech 1, …, n. *Vránový graf* $W(G)$ grafu G je neorientovaný graf, jehož vrcholy jsou $E(G)$, a dva vrcholy u a v jsou spojeny hranou, pokud $u = \{a, b\}$ a $v = \{b, c\}$, kde $a \leq b \leq c$.
   (a) Ukažte, že vránový graf žádného grafu neobsahuje trojúhelníky.
   (b) Dokažte, že pro každé c existuje n tak, že $\chi(W(K_n)) \geq c$.

3) Dokažte, že $\chi(G \times H) \leq \min(\chi(G), \chi(H))$.

4) Dokažte, že $G \times K_t$ je jednoznačně obarvitelný t barvami právě tehdy, když G je souvislý a $\chi(G) > t$. Co z toho plyne pro složitost problému ověření, zda je graf jednoznačně obarvitelný?

5) Dokažte, že $\chi'(K_{2n-1}) = \chi'(K_{2n}) = 2n - 1$.