

### Desátá série domácích úkolů

**Příklad 1.** Vyjádřete následující součty pomocí vzorečku v uzavřeném tvaru:

(a)  $\sum_{k=0}^n (2k + 1)^2$

(b)  $\sum_{k=0}^n k(k + 1)(k + 2)(k + 3)$

(c)  $\sum_{k=0}^n k2^k$

(d)  $\sum_{k \geq 0} \binom{n}{k} \binom{k}{10}$

**Příklad 2.** (Zobecnění příkladu 1d) Předpokládejme, že  $p(k)$  je nějaký polynom stupně  $d$ . Definujme

$$a_n = \sum_{k \geq 0} \binom{n}{k} p(k).$$

Ukažte, že existuje polynom  $q(n)$  stupně  $d$  takový, že pro každé  $n$  platí  $a_n = 2^n q(n)$ .