

## První série domácích úkolů

**Příklad 1.** Jaká je vybíravost úplného bipartitního grafu  $K_{2,3}$ ?

**Příklad 2.** Ukažte, že pro každé  $n > 1$  existuje bipartitní graf, jehož vybíravost je větší než  $n$ . (Nápověda: zkuste  $K_{n,m}$ , kde  $m = n^n$ . Trochu obtížnější varianta, ale zato s menším grafem: zkuste  $K_{q,q}$ , kde  $q = \binom{2n-1}{n}$ .)

**Příklad 3.** Necht'  $d$  je přirozené číslo, a necht'  $G$  je graf, jehož každý podgraf obsahuje aspoň jeden vrchol stupně nejvýš  $d$  (stupeň vrcholu zde počítáme vzhledem ke zvolenému podgrafu, nikoliv vzhledem k celému grafu  $G$ ). Ukažte, že  $G$  má vybíravost nejvýš  $d + 1$ .

**Příklad 4.** Necht'  $G$  je graf, jehož každá hrana je obarvena buď červeně nebo modře. *Střídavý sled* v grafu  $G$  je sled, ve kterém žádné dvě po sobě jdoucí hrany nemají stejnou barvu. Necht'  $u$  a  $v$  jsou dva vrcholy  $G$  a necht'  $k$  je nějaké číslo. Jak byste spočítali počet střídavých sledů délky  $k$  z  $u$  do  $v$ ?