

## Obsah cvičení 14. listopadu 2011

Abelova partiální sumace, její důkaz. Několik příkladů jejího použití:

- Sečtěte  $\sum_{k=0}^n \frac{k}{2^k}$ .
- Sečtěte  $\sum_{k=0}^n H_k$ , kde  $H_k = \sum_{j=1}^k \frac{1}{j}$  je  $k$ -té harmonické číslo.
- Odvoďte Dirichletovo kritérium pro konvergenci řad: pokud  $(x_n)_{n \geq 0}$  je posloupnost s omezenými částečnými součty a  $(y_n)_{n \geq 0}$  je posloupnost monotónně jdoucí k nule, pak  $\sum_{n \geq 0} x_n y_n$  konverguje.

Najděte poloměry konvergence následujících mocninných řad, řady sečtěte:

- $\sum_{n \geq 0} n x^n$ .
- $\sum_{n \geq 0} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$ .
- $\sum_{n \geq 0} \frac{x^{4n}}{(4n)!}$ .
- Obecně: pokud vím, jak vypadá součet řady  $\sum_{n \geq 0} a_n x^n$ , jak lze vyjádřit  $\sum_{n \geq 0} a_{2n} x^{2n}$ , případně  $\sum_{n \geq 0} a_{4n} x^{4n}$ , či  $\sum_{n \geq 0} a_{5n} x^{5n}$ ?