

Hranovou barevnost grafu  $G$  značím  $\chi'(G)$ .

---

**Příklad 1.** Dokažte, že pokud  $G$  je 3-regulární graf obsahující hamiltonskou kružnici, tak  $\chi'(G) = 3$ .

**Příklad 2.** Dokažte, že pokud  $G$  je 3-regulární graf obsahující most, pak  $\chi'(G) = 4$ .

**Příklad 3.** Dokažte, že pro  $\Delta$ -regulární graf  $G$ , který neobsahuje perfektní párování, platí  $\chi'(G) = \Delta + 1$ .

**Příklad 4.** Dokažte, že pro každý bipartitní graf  $G$  platí  $\chi'(G) = \Delta(G)$ .

**Příklad 5.** Dokažte, že pro každý rovinný 3-regulární 2-souvislý graf  $G$  platí  $\chi'(G) = 3$ . Zde můžete využít větu o čtyřech barvách a předpokládat, že stěny  $G$  lze obarvit čtyřmi barvami.

**Příklad 6.** Dokažte, že pro každý graf  $G$  na  $n$  vrcholech platí  $\chi(G) \geq n/\alpha(G)$ , kde  $\alpha(G)$  označuje nezávislost grafu  $G$ .

**Příklad 7.** Pro graf  $G = (V, E)$  na  $n$  vrcholech dokažte nerovnost  $\chi(G)\chi(\overline{G}) \geq n$ . Kde  $\overline{G}$  je doplněk grafu  $G$ .

**Příklad 8.** Ukažte, že každý graf barevnosti  $k$  má aspoň  $\binom{k}{2}$  hran.

**Příklad 9.** Nechť  $G$  je doplněk kružnice liché délky  $2k + 1$ . Jaká je barevnost a klikovost  $G$ ?