

Pátá série domácích úkolů

- Řešení dodejte nejpozději v pondělí 6. května.
  - Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
  - Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.
  - Tvrzení dokázaná na přednášce nebo na cvičení, jakož i tvrzení známá z přednášek z minulého semestru, smíte ve svých řešeních využívat, aniž byste je dokazovali. Všechny ostatní argumenty musíte korektně zdůvodnit.
- 

- 3 1. Označme  $k_v(G)$ ,  $k_e(G)$  a  $\delta(G)$  vrcholovou souvislost, hranovou souvislost a minimální stupeň grafu  $G$ . Najděte příklad grafu  $G$ , pro nějž jsou všechny tři hodnoty  $k_v(G)$ ,  $k_e(G)$  a  $\delta(G)$  navzájem různé. (Pro nalezený graf nezapomeňte zdůvodnit, že vyhovuje zadání.)
- 3 2. Rozhodněte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá. Pravdivá tvrzení dokažte, pro nepravdivá najděte protipříklad. Za správný důkaz pravdivého tvrzení dostanete 2 body, za správný protipříklad 1 bod.
- (a) Pro libovolný graf  $G$  s aspoň třemi vrcholy a libovolný jeho vrchol  $x$  platí  $k_v(G-x) \geq k_v(G) - 1$ .
- (b) Nechť  $G$  je vrcholově 2-souvislý graf, a necht'  $x$  a  $y$  jsou dva různé vrcholy v  $G$ . Potom pro libovolnou cestu  $P$  spojující  $x$  a  $y$  v grafu  $G$  vždy existuje další cesta  $Q$  spojující  $x$  a  $y$ , která je vnitřně vrcholově disjunkt ní s  $P$ .
- 4 3. Nechť  $G$  je graf s aspoň třemi vrcholy. Ukažte, že  $G$  je vrcholově 2-souvislý, právě když pro každé tři různé vrcholy  $x$ ,  $y$  a  $z$  existuje v  $G$  cesta z  $x$  do  $y$  obsahující  $z$ . Za každou správně dokázanou implikaci získáte 2 body.