Druhá série domácích úkolů

- Řešení dodejte nejpozději v pondělí 18. března.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.
- Tvrzení dokázaná na přednášce nebo na cvičení, jakož i tvrzení známá z přednášek z minulého semestru, smíte ve svých řešeních využívat, aniž byste je dokazovali. Všechny ostatní argumenty musíte korektně zdůvodnit.

Symbolem $[n]$ označme množinu $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$.

$\boxed{5}$ 1. Následující tři funkce uspořádejte od nejmenší po největší podle toho, jak rychle rostou (řekneme, že funkce $f_1(n)$ *roste rychleji* než funkce $f_2(n)$, pokud pro každé dost velké $n \in \mathbb{N}$ platí, že $f_1(n) > f_2(n)$).

- $f(n)$ je počet všech grafů na množině vrcholů $[n]$.
- $g(n)$ je počet všech permutací množiny $[n^2]$.
- $h(n)$ je počet všech funkcí z množiny $[n^2]$ do množiny $[n]$.

2. Najděte vytvořující funkce pro následující posloupnosti čísel. Výsledek vyjádřete vzorečkem v uzavřeném tvaru, tj. bez nekonečných sum a podobných výrazů.

$\boxed{2}$ (a) posloupnost $(a_n)_{n=0}^{\infty}$, kde $a_n = n^2 + 3n - 3$

$\boxed{3}$ (b) posloupnost $(b_n)_{n=0}^{\infty}$, kde $b_n = \frac{1}{3^n}$ pro n sudé a $b_n = 2^n + 1$ pro n liché