

Šestá série domácích úkolů z DM

Vyřešené příklady pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz, nebo přineste na cvičení 14. listopadu. Řešení dodejte nejpozději v úterý 20. listopadu.

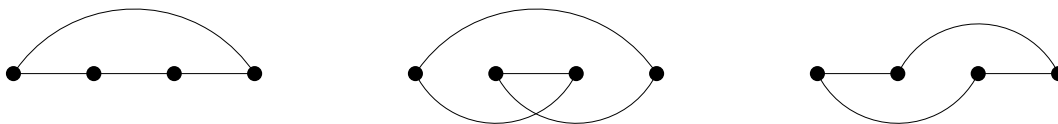
Své odpovědi nezapomeňte zdůvodnit. Smíte bez důkazu využívat kterékoliv tvrzení dokázané na přednášce nebo na cvičení, ale nezapomeňte říci, které tvrzení využíváte.

Při vymýšlení správného postupu smíte navzájem spolupracovat, ale své finální řešení musíte sepsat samostatně.

---

**Příklad 1.** Kolik existuje grafů na množině vrcholů  $\{1, 2, \dots, n\}$ , které jsou izomorfní cyklu? [4 body]

*Připomeňme, že cyklus (též nazývaný kružnice) je graf vzniklý tak, že se k cestě přidá jedna nová hrana spojující koncové vrcholy té cesty. Následující obrázek ukazuje, že na čtyřech vrcholech existují tři grafy izomorfní cyklu.*



**Příklad 2.** Dokažte, že pro každé  $n \geq 2$  na množině vrcholů  $\{1, 2, \dots, n\}$  existuje právě  $2^{\binom{n-1}{2}}$  grafů majících všechny stupně sudé. [4 body]

**Příklad 3.** Kolika způsoby lze na 'šachovnici' o rozměrech  $4 \times 4$  rozmístit 8 stejných figurek tak, že každý sloupec i každý řádek bude obsahovat aspoň jednu figurku? Předpokládáme, že na každém políčku může být nejvýš jedna figurka. [4 body]

**Příklad 4.** Kolik je v množině  $\{1, 2, \dots, n\}$  čísel, která nejsou násobky šesti, sedmi ani osmi? [3 body]