

### Třetí série domácích úkolů z DM

Vyřešené příklady pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz, nebo přineste na cvičení 24. října. Řešení dodejte nejpozději v úterý 30. října.

Své odpovědi nezapomeňte zdůvodnit. Smíte bez důkazu využívat kterékoliv tvrzení dokázané na přednášce nebo na cvičení, ale nezapomeňte říci, které tvrzení využíváte.

Při vymýšlení správného postupu smíte navzájem spolupracovat, ale své finální řešení musíte sepsat samostatně.

Symbol  $\mathcal{P}(X)$  označuje potenční množinu množiny  $X$ , symbol  $\mathbb{N}$  označuje množinu  $\{0, 1, 2, \dots\}$  přirozených čísel, symbol  $\mathbb{R}$  množinu reálných čísel, symbol  $\mathbb{Z}^+$  množinu kladných celých čísel.

---

**Příklad 1.** Nechť  $M$  je množina všech uspořádaných trojic přirozených čísel a necht'  $\leq$  označuje obvyklé uspořádání přirozených čísel podle velikosti. O následujících relacích na množině  $M$  rozhodněte, zda jsou reflexivní, zda jsou tranzitivní a zda jsou antisymetrické.

a) Relace  $\preceq_1$  je definovaná takto:  $(a, b, c) \preceq_1 (a', b', c')$ , právě když  $a + b + c \leq a' + b' + c'$ . [4 body]

b) Relace  $\preceq_2$  je definovaná takto:  $(a, b, c) \preceq_2 (a', b', c')$ , právě když  $a \leq a'$  nebo  $b \leq b'$  nebo  $c \leq c'$ . [5 bodů]

**Příklad 2.** Existuje relace, která je symetrická a tranzitivní, a přitom není reflexivní? [2 body]

**Příklad 3.** Nechť  $X$  je  $n$ -prvková množina. Kolik existuje antisymetrických relací na množině  $X$ ? [4 body]