

Druhá série domácích úkolů z Kombinatoriky a grafů II
(verze pro úterní cvičení)

Vyřešené příklady odevzdávejte buď mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo na papíře na některém cvičení. Řešení odevzdejte nejpozději v pondělí 13. listopadu.

Vrcholovou barevnost grafu G značím $\chi(G)$.

Příklad 1. Najděte graf, který obsahuje K_5 jako minor, ale neobsahuje dělení K_5 jako podgraf. [1 bod]

Příklad 2. Dokažte, že každý graf, který obsahuje K_5 jako minor, obsahuje dělení K_5 nebo dělení $K_{3,3}$ jako podgraf. [2 body] (*Poznámka: toto je poslední chybějící část z důkazu Kuratowského a Wagnerovy věty. Váš důkaz se tedy nemůže na tuto větu odvolávat.*)

Příklad 3. Dokažte, že úplný graf K_7 lze nakreslit na torus. [1 bod]

Příklad 4. Dokažte, že pro každou plochu Γ existuje jen konečně mnoho navzájem neizomorfních 7-regulárních grafů nakreslitelných na Γ . [2 body]

Příklad 5. Dokažte, že každý graf, jehož vrcholová barevnost je rovna k , má alespoň $\binom{k}{2}$ hran. [2 body]

Příklad 6. Necht $G = (V, E)$ je graf na n vrcholech, a necht \overline{G} je doplněk grafu G , tj. $\overline{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$.

- Dokažte, že $\chi(G)\chi(\overline{G}) \geq n$. [2 body]
- Dokažte, že $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \leq n + 1$. [3 body]