

Šestá série domácích úkolů
verze pro cvičení v úterý od 15:40

- Řešení dodejte nejpozději v pondělí 18. dubna.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit přezdívku.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

1. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá. Pravdivá tvrzení dokažte, pro nepravdivá najděte protipříklad.

1 (a) Pro libovolný graf G a libovolnou jeho hranu e platí $k_e(G) \geq k_e(G - e)$.

1 (b) Pro libovolný graf G a libovolnou jeho hranu e platí $k_e(G - e) \geq k_e(G) - 1$.

2 2. Nechť $H = (V, E)$ je nějaký graf, nechť $k \geq 1$ je přirozené číslo a nechť w je vrchol grafu H stupně aspoň k . Dokažte, že pokud graf $H - w$ je vrcholově k -souvislý, tak i H je vrcholově k -souvislý.

1+2 3. Nechť G je graf s alespoň $k + 1$ vrcholy. Dokažte, že následující dvě tvrzení jsou ekvivalentní:

a) G je vrcholově k -souvislý.

b) G pro libovolnou $(k+1)$ -tici různých vrcholů $(x, v_1, v_2, \dots, v_k)$ lze v G najít k -tici cest P_1, \dots, P_k , kde P_i spojuje vrchol x s vrcholem v_i , a žádné dvě tyto cesty nemají kromě x žádný společný vrchol.

Za jednu implikaci dostanete 1 bod, za obě 3 body. Při řešení tohoto příkladu se vám může hodit tvrzení z příkladu 2. Toto tvrzení smíte použít, i kdybyste příklad 2 neuměli vyřešit.