

Domácí úkol z Kombinatoriky a grafů I
dvanáctá série, verze pro cvičení ve středu 14:00

Termín odevzdání: nejpozději ve středu 21. 5. ve 14:00.
Čísla ve čtverečku jsou počty bodů.

1. Označme N nejmenší přirozené číslo takové, že každý graf na N vrcholech obsahuje buď trojúhelník nebo nezávislou množinu velikosti 4.

2

(a) Dokažte, že $N \geq 9$.

1+2

(b) Dokažte, že $N \leq 9$ (za to získáte 3 body), nebo aspoň dokažte, že $N \leq 10$ (za to získáte 1 bod).

2+1

2. Ukažte, že existuje číslo N takové, že když libovolně obarvíme hrany úplného bipartitního grafu $K_{N,N}$ dvěma barvami, tak vždy bude existovat podgraf izomorfní $K_{10,10}$, jehož hrany budou mít všechny stejnou barvu (3 body). Nebo aspoň dokažte obdobné tvrzení pro $K_{2,2}$ místo $K_{10,10}$ (2 body).