

**Domácí úkol z Kombinatoriky a grafů I**  
jedenáctá série, verze pro cvičení ve čtvrtek 12:20

Termín odevzdání: nejpozději ve čtvrtek 22. 5. ve 12:20.  
Čísla ve čtverečku jsou počty bodů.

1. Připomeňme si následující verzi Ramseyovy věty, kterou znáte z přednášky:

*Pro každé  $k \in \mathbb{N}$  existuje  $N \in \mathbb{N}$  takové, že libovolný graf  $G$  na množině vrcholů  $\{1, 2, \dots, N\}$  obsahuje nějakých  $k$  vrcholů tvořících úplný podgraf nebo nezávislou množinu.*

Rozhodněte, zda jsou následující modifikace této věty pravdivé:

- 2 (a) Pro každé  $k \in \mathbb{N}$  existuje  $N \in \mathbb{N}$  takové, že libovolný graf  $G$  na množině vrcholů  $\{1, 2, \dots, N\}$  obsahuje nějakých  $k$  vrcholů tvořících úplný podgraf nebo nezávislou množinu, navíc všech těchto  $k$  vrcholů jsou sudá čísla.
- 2 (b) Pro každé  $k \in \mathbb{N}$  existuje  $N \in \mathbb{N}$  takové, že libovolný graf  $G$  na množině vrcholů  $\{1, 2, \dots, N\}$  obsahuje nějakých  $k$  vrcholů tvořících úplný podgraf nebo nezávislou množinu, navíc mezi těmi  $k$  vrcholy je vrchol číslo 1.
- 3 2. Kolik koster mají grafy na následujícím obrázku? (1 bod za každý graf)

