9. CVIČENÍ Z ADS 2, PÁTEK 12:20, ZS 23/24

Geometrické algoritmy: zametání a provázky

1. *Průsečíky úseček a obecná poloha úseček.* Na přednášce bylo, jak pro zadanou množinu n úseček najít všechny jejich průsečíky v čase $O((n+p) \cdot \log n)$, kde p je počet průsečíků (kterých může být až $\binom{n}{2}$).

Tento algoritmus předpokládal obecnou polohu úseček. Jak tento předpoklad odstranit? Jak dodefinovat výstup v jednotlivých případech?

2. *Rozdělení bodů.* Mějme body v rovině obarvené dvěma barvami, žlutou a modrou. Najděte přímku, která body těchto barev odděluje, tedy všechny žluté body leží v jedné polorovině a všechny modré v druhé polorovině (pokud taková přímka existuje).

3. *Obsah mnohoúhelníku.* Je dán *nekonvexní* mnohoúhelník (jako seznam vrcholů v pořadí dle obvodu). Jak spočíst jeho obsah? (Pro konvexní mnohoúhelník existuje jednodušší řešení.)

4. *Nejdelší vodorovná úsečka.* Najděte nejdelší vodorovnou úsečku, která leží celá uvnitř mnohoúhelníka (ne nutně konvexního).

5. *Obsah sjednocení.* Je dána množina n obdélníků, jejichž strany jsou rovnoběžné s osami souřadnic. Spočítejte obsah jejich sjednocení. (Můžete začít s řešením v $O(n^2)$. Hint: intervalové stromy.)

6. *Převod třídění na konvexní obal:* Ukažte, že výpočet konvexního obalu je alespoň tak těžký jako třídění reálných čísel. Tedy umíme-li vypočítat konvexní obal množiny n bodů v čase $T(n)$, lze třídit n reálných čísel v čase $O(T(n))$. (Vypočtením konvexního obalu přitom myslíme nejen stanovení, které body na obalu leží, ale i v jakém pořadí.)

7. *Přímka s nejvíce body:* Pro zadaných n bodů v rovině (ne nutně v obecné poloze) najděte v čase $O(n^2 \log n)$ přímku, která obsahuje co nejvíce bodů. (Lépe než kvadraticky se tento problém řešit neumí — ale důkaz pro dolní odhad také nemáme, jen jistou evidenci.)

(Další bonusové úlohy na vyžádání u Vašeho cvičícího.)