

## 2. CVIČENÍ Z ADS 1, ČTVRTEK 15:40, LS '24

Óčková notace a BFS

1. *Asymptotika.* Rozhodněte, jestli platí následující vztahy. Pokud neplatí, jaký by byl korektní vztah? Lze nějaké tvrzení naopak zesílit?

a)  $\log_{100} n \in o(\log_2 n)$

b)  $n^2/(\log_2 n) \in \Omega(n^{1.99})$

c)  $\log_2 n/(\log_2 \log_2 n) \in \omega(\log_2 \log_2 n)$

d)  $n! \in \Theta(e^n)$

e) Pokud  $f \in O(h)$  a  $g \in O(h)$ , pak  $f + g \in O(h)$

2. *BFS se zásobníkem.* Co by se stalo, kdybychom v BFS vyměnili frontu za zásobník, ale jinak algoritmus neměnili? Jak se bude lišit takové „BFS se zásobníkem“ od DFS? Najděte graf, kde se tyto algoritmy chovají jinak, tedy navštíví vrcholy v jiném pořadí.

3. *Zachovávání souvislosti.* Mějme souvislý neorientovaný graf. Chceme nalézt nějaké pořadí odtrhávání vrcholů, že graf po každém odtrhnutí vrcholu zůstane souvislý.

4. *BFS a bipartitní grafy.* Jak pomocí BFS otestovat, jestli je zadaný neorientovaný graf bipartitní? (Může být souvislý i nesouvislý.)

5. *BFS a nejkratší cesty.* Jak upravit BFS, aby bylo možné pro každý vrchol vypsát nějakou nejkratší cestu z  $v_0$  (počátečního vrcholu BFS)? A jak určit počet nejkratších cest z  $v_0$  do  $v$  pro každý vrchol  $v$  při zachování lineární časové složitosti?

(Počítání s velkými čísly pro jednoduchost zvládneme v čase  $O(1)$ . Ostatně, jak velké mohou být ty počty nejkratších cest?)

6. *BFS pomáhá kulhavému koni.* Na jisté šachovnici žil kulhavý kůň. To je zvláštní šachová figurka, která v sudých tazích táhne jako jezdec, v lichých jako pěšec. Vymyslete algoritmus, který z jednoho zadaného políčka dokulhá na druhé na nejmenší možný počet tahů.

7. *BFS pomáhá rozbitému autu v Manhattanu.* Mějme mapu Manhattanu: čtverečkovou mřížku, křížení čar odpovídají křižovatkám, úsečky mezi nimi jednotlivým streets a avenues (z nichž některé jsou neprůjezdné kvůli dopravní zácpě). Zrovna se nám v jedné ulici porouchalo auto, neblinká mu levý blinkr (směrovka), takže může jezdit pouze rovně a odbočovat doprava. Nalezněte nejkratší cestu do servisu (pro jednoduchost je v Manhattanu jen jeden).

*Bonusové úlohy:*

8. *BFS pomáhá Théseovi.* Hrdina Théseus se vypravil do hlubin labyrintu a snaží se najít poklad. Chodbami labyrintu se ovšem pohybuje hladový Mínótauros a snaží se najít Thésea. Labyrint má tvar čtvercové sítě  $n \times n$ , jejíž každé políčko je buďto volné prostranství, anebo zeď. Známe mapu labyrintu a počáteční polohy Thésea, Mínótaura a pokladu. Théseus se v jednom tahu pohne na vybrané sousední políčko. Poté se vždy dvakrát pohne o políčko Mínótauros: pokaždé se pokusí zmenšit o 1 rozdíl své a Théseovy x-ové souřadnice, pokud to nejde, pak y-ové, pokud nejde ani to, stojí. Poradte Théseovi, jak má dojít k pokladu a vyhnout se Mínótaurovi.