3. DOMÁCÍ ÚKOLY Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Vektorové prostory

Odevzdávejte emailem na `vesely@iuuk.mff.cuni.cz` *nebo na papíře na začátku cvičení, termín je 21.11. 12:20. Svá tvrzení odůvodněte, můžete však používat věty z přednášky či cvičení.*

PŘÍKLAD PRVNÍ *Rozcvička:* Rozhodněte, zda následující množiny tvoří lineární podprostory $\mathbb{R}^3$:

a) Krychle obsahující počátek,
b) $\{(t, 3t-1, 0)^T | t \in \mathbb{R}\}$,
c) $\{(t, 3t, 42t)^T | t \in \mathbb{R}\}$,
d) $\{(3s, s+10t, 2s-3t)^T | s, t \in \mathbb{R}\}$,
e) $\{(s, t, s+t)^T | s, t \in \mathbb{R} : |s| = |t|\}$.

[2 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ Ukažte, že vektory $v_1, v_2, \dots v_n$ prostoru V jsou lineárně nezávislé právě tehdy, když jsou vektory $v_1, v_1+v_2, v_1+v_2+v_3, \cdots \sum_{i=1}^n v_i$ lineárně nezávislé.
[3 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ Rozhodněte, zda $U = V$, kde U, V jsou podprostory $\mathbb{R}^3$ dané takto (obrázek nestačí, zkuste přijít na to, jak byste to dělali třeba v $\mathbb{R}^{42}$):

a) $U = \mathrm{span}\{(1,2,0),(0,1,-1)\}, V = \mathrm{span}\{(2,1,3),(-1,0,-2)\}$,
b) $U = \mathrm{span}\{(1,2,-1),(2,1,1)\}, V = \mathrm{span}\{(0,3,3),(3,3,-1)\}$.

[3 body]

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Najděte bázi prostoru $\{x \in \mathbb{R}^5 : x_1+x_3 = x_2+2x_4 = x_5\}$ (tedy podprostoru $\mathbb{R}^5$). [2 body]