3. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Ještě trochu Gaussovky a operace s maticemi

Příklady z minula:

PŘÍKLAD PRVNÍ Řešte soustavy rovnic $Ax = 0$, $Ax = b_1$, $Ax = b_2$, $Ax = b_3$:

$$A := \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b_1 := \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_3 := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Snažte se být „líní“ (ale chytře!) a použijte Gaussovku co nejméně krát.

PŘÍKLAD DRUHÝ Ukažte, že elementární řádkovou úpravu *prohození dvou řádků* lze simulovat pomocí ostatních elementárních řádkových úprav (tj. přičtení násobku i-tého řádku k j-tému a vynásobení řádku nenulovým číslem).

PŘÍKLAD TŘETÍ Vzhledem k parametru a řešte následující soustavu rovnic:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array}\right)$$

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Pro matici A z příkladu 1 (př. 2 minule) spočtěte redukovaný odstupňovaný tvar.

PŘÍKLAD PÁTÝ Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Spočítejte (kdykoliv má výraz smysl):

$$(A + 4B) + C, \quad (A + B)^T \cdot 2C, \quad (B \cdot C) \cdot A^T, \quad (B \cdot 3A^T) + C, \quad C \cdot (B^T - (\pi A)^T).$$

PŘÍKLAD ŠESTÝ Najděte dvě čtvercové matice A, B stejného typu, které spolu nekomutují, tj. $AB \neq BA$. (Stačí vzít nějaké 2×2 matice jen s nulami a jedničkami.)

PŘÍKLAD SEDMÝ Najděte všechny matice, které komutují s maticí $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.
