

NDMI018 – Aproximační a online algoritmy

LS 2014 – Jiří Sgall

Domácí úkol 3 – 14. dubna

Termín: 27. dubna nebo na přednášce 28. dubna

Pokud jste to neudělali u prvních úkolů, zvolte si přezdívku (pro zveřejnění výsledků na webu) a řešení podepište alespoň na jednom listě jak jménem tak přezdívkou. Všechny listy podepište buď jménem nebo přezdívkou.

Všechny úlohy jsou za 2 body, pro zápočet je potřeba polovina bodů.

(1) Uvažujme algoritmus pro paging, který při page fault z paměti vymaže uniformně náhodně vybranou stranu. Ukažte, že jeho kompetitivní poměr je k .

(2) Najděte příklad, který ukazuje, že randomizovaný algoritmus MARK pro paging není H_k -kompetitivní. Stačí uvažovat případ $k = 2$ a $n = 4$, ale je potřeba vytvořit libovolně dlouhou posloupnost, aby důkaz fungoval pro libovolnou aditivní konstantu v definici kompetitivního poměru.

Bonus: Dokažte, že MARK není $(\alpha H_k + c)$ -kompetitivní pro žádnou konstantu c nezávislou na k , a to buď (i) pro nějaké $\alpha > 1$, anebo (ii) dokonce pro žádné $\alpha < 2$. Pro toto je potřeba uvažovat velké k .

(3) Najděte algoritmus počítající optimální řešení pro k -server problém v čase polynomiálním v k a n (n je délka vstupu). Zkuste použít toky v sítích.

(4) Problém online bipartitního párování vypadá takto. Je dána množina vrcholů V v jedné partitě. Vrcholy z druhé partity přicházejí po jednom a vždy jsou známy všechny hrany spojující nový vrchol s vrcholy V . Algoritmus smí jednu z těchto nových hran přidat do párování. (Samozřejmě jen pokud druhý vrchol předtím není spárovaný.) Dokažte, že hladový algoritmus je 2-kompetitivní a že neexistuje lepší deterministický algoritmus.

Přirozený pravděpodobnostní algoritmus je vybrat pro každý nový vrchol náhodně hranu ze všech možných. Dokažte, že (možná překvapivě) ani tento algoritmus není lepší než 2-kompetitivní.