NDMI018 – Aproximační a online algoritmy
LS 2014 – Jiří Sgall

Domácí úkol 1 – 3. března

Termín: 9. března nebo na přednášce 10. března

Všechny úlohy jsou za 2 body, pro zápočet je potřeba polovina bodů.

(1) Uvažujme variantu rozvrhování na identických strojích, kdy je na úlohách dán orientovaný acyklický graf závislostí; jsou-li dvě úlohy spojeny hranou, první musí být dokončena dříve než začne práce na druhé. Hladový algoritmus pracuje tak, že kdykoliv je volný stroj a je k dispozici úloha, která může začít (tj. všichni předchůdci jsou dokončeni), zahájí se zpracování nějaké takové úlohy.

Najděte aproximační poměr hladového algoritmu pro tuto variantu rozvrhování.

(2) V problému MAX-SAT je dána CNF formule a cílem je najít přiřazení proměnným takové, že je co nejvíce klauzulí splněno. Uvažte následující algoritmus: Postupně nastavujeme jednotlivé proměnné x_i. Hodnotu 0 nebo 1 vybereme tak, aby v daném kroku bylo splněno co nejvíce klauzulí; tj. pokud se x_i vyskytuje častěji než $\neg x_i$, použijeme $x_i = 1$, jinak $x_i = 0$. Poté vymažeme splněné klauzule a v ostatních vymažeme proměnnou x_i.

Najděte aproximační poměr tohoto algoritmu. Řešení by mělo obsahovat jak důkaz daného aproximačního faktoru tak příklad, že poměr není lepší.

(3) Předpokládejme, že v zesílené definici FPTAS bychom požadovali, aby algoritmus běžel v čase polynomiálnim ve velikosti vstupu a v $|\log \varepsilon|$ (namísto $1/\varepsilon$). Co by bylo důsledkem existence takto zesíleného FPTAS?

(4) V problému Steinerova stromu je dán neorientovaný graf $G = (V, E)$, ceny hran $c : E \to \mathbf{R}^+$ a množina terminálů $S \subseteq V$. Přípustným řešením je podmnožina hran E' taková, že graf (V, E') má všechny terminály v jedné komponentě. Cílem je minimalizovat celkovou cenu vybraných hran E'.

Najděte 2-aproximační algoritmus.

Nápověda: I když nepředpokládáme trojúhelníkovou nerovnost, vyřešit nejprve metrický případ může být užitečné. Inspirujte se algoritmy pro problém obchodního cestujícího.