

VZOR zkoušková písemka NMAI055 – LS 2015/16

Na každý papír napište: číslo příkladu, jméno a paralelku: X (Pokorný) nebo Y (Šámal).

1. (6 bodů) Spočítejte

$$\int_1^2 x^3 (\log x)^2 dx.$$

2. (6 bodů) Spočítejte objem tělesa vzniklého rotací grafu funkce

$$f(x) = \sqrt{\arcsin(x)}$$

kolem osy x na intervalu $[0, \frac{1}{2}]$.

3. (8 bodů) Nalezněte lokální extrémů a sedlové body funkce

$$f(x, y) = x^3/3 + y^2/2 + 2xy + 5x + y.$$

-
4. (0 bodů) Vyslovte definici pojmu totální diferenciál.

- 5L. (5 bodů) Vyslovte a dokažte větu o vlastnostech otevřených množin.

- 5T. (10 bodů) Vyslovte a dokažte větu o vztahu spojitosti a Riemannovské integrovatelnosti.

6. (6 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení. Zdůvodněte!!

1. Pro každou dvojici reálných čísel x, y platí

$$|\sin x - \sin y| \leq |x - y|.$$

2. Mějme funkci $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Pro každý vektor $v \in \mathbb{R}^2$ definujeme funkci jedné reálné proměnné $g_v(t) = f(tv)$. Pokud je pro každé v funkce g_v spojitá v bodě 0, tak je funkce f spojitá v bodě $(0, 0)$.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Na vypracování máte **180 minut**.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčísľujte je ($137 \cdot 173$ je stejně dobrá, ne-li lepší odpověď, než 23701).