

Kombinatorické etudy 6 – ZS 2012/2013

Nápovědy

1. Označme hledané číslo $g(n, r)$. Dokažte a využijte rekurenci

$$g(n, r) = \sum_{k=0}^r \binom{r}{k} g(n-1, k).$$

2. (a) Užijte Cauchy-Binetovu formuli $\det A_0 A_0^T = \sum_B (\det B)^2$, kde B běží přes všechny podmatice A_0 velikosti $(n-1) \times (n-1)$.
(b) Řádky A_0 mají nanejvýš jedno společné nenulové místo.
(c) Použijte dokázané tvrzení pro orientaci úplného grafu.
3. Použijte Königovu větu, podobně jako při důkazu Hallovy věty.
4. Podobně jako v úloze z minula.
5. Předpokládejte, že H nemá 1-vrcholové hrany ani izolované vrcholy. Ukažte, že 1. každý vrchol H má stupeň alespoň 2, 2. vrchol stupně alespoň 4 patří jen do 2-vrcholových hran, 3. každé dva vrcholy patří do nějaké hrany.
6. Předpokládejte, že 2-obarvení existuje. Spočítejte počet hran dvěma způsoby: přes počet v nich obsažených jednobarevných hran přes počet obsažených dvojbarevných hran.