Kombinatorické etudy 2 – ZS 2012/2013

1. (1.36) Upravíme problém z minula (tvorba rozkladů) tak, že $(i+1)$-ní rozklad z i-tého vytvoříme tak, že rozdělíme všechny rozkladové třídy (kromě jednoprvkových) na dva kusy. Kolik je možností tentokrát?

2. (4.14) Označme $E(n,k)$ počet lesů s vrcholy $1,2,\dots,n$ takových, které mají k komponent a vrcholy $1,2,\dots,k$ patří do různých komponent. Spočtěte $E(n,k)$.

Zbývá dokázat rekurzi z minulé nápovědy: $E(n,k-1) = (1-\frac{1}{k})nE(n,k)$. Nápověda k jinému řešení: užijte následující vzorec: jsou-li $T_1, \dots, T_r$ disjunktní stromy, tak počet stromů, které obsahují každý T_i, ale žádné nové vrcholy, je $|V(T_1)|\dots|V(T_r)|\bigl(|V(T_1)+\dots+V(T_r)|\bigr)^{r-2}$.

3. (7.2) Buď G bipartitní graf. Pak $\nu(G) = \tau(G)$ a $\rho(G) = \alpha(G)$. Zde $\nu(G)$ je velikost největšího párování, $\alpha(G)$ velikost největší nezávislé množiny, $\rho(G)$ je minimální počet hran, které pokrývají všechny vrcholy (hranové pokrytí), a konečně $\tau(G)$ minimální počet vrcholů, které protínají všechny hrany (vrcholové pokrytí – transversála).

4. (8.7) Každý digraf G obsahuje nezávislou množinu S takovou, že každý vrchol G je možno dosáhnout z S pomocí orientované cesty délky nejvýše 2.

5. (13.34) Pokud má každý vrchol souvislého hypergrafu stupeň 2, tak jde hypergraf obarvit dvěma barvami, leda by to byl 2-uniformní hypergraf (tj. graf), a navíc lichý cyklus.

Nápověda na: `http://kam.mff.cuni.cz/~samal/vyuka/ke/`