

## Kombinatorické etudy 5 – LS 2012/2013

### Nápovědy

1. Pokud  $x$  je celé číslo, tak obě strany počítají zobrazení z  $n$ -prvkové do  $x$ -prvkové množiny.
  2. Obě strany počítají dvojice  $(\pi, \alpha)$ , kde  $\pi$  je permutace  $[n]$  a  $\alpha$  je obarvení čísel  $[n]$  pomocí  $k$  barev, invariantní vzhledem k  $\pi$ .
  3. Zkombinujte části 1. a 2.
2. (a) Pro danou rotaci spočítejte, kolik  $k$ -úhelníků se tou rotací zachovává. (b) Obdobně.
3. Buď  $T$  kostra grafu  $G$ . Ukažte, že hrany, odpovídající v  $G^*$  nehranám  $T$ , tvoří kostru  $G^*$ .
4. (a,b) Uvažte nejdelsí cestu. (c) Pokud takové dva vrcholy neexistují, pak listy každé kostry indukují úplný graf.
5. 1. využijte toho, že  $(1, \dots, 1)$  je vlastní vektor a ostatní vl.vektory jsou na něj kolmé.
  2. Buď  $B$  matice incidence (vrchol - hrana),  $A_G$  matice sousednosti grafu  $G$  a  $A_{L(G)}$  matice sousednosti jeho hranového grafu. Odvoďte a využijte vztahy

$$A_G = BB^T - dI \quad A_{L(G)} = B^T B - 2I.$$

3. Petersenův graf je  $\overline{L(K_5)}$ .
6. Uvažte největší párování  $M$ , které má co nejvíce hran společných s  $M_0$ .