Kombinatorické etudy 2 – LS 2012/2013

Nápovědy

1. (a) Možné rekurence jsou

$$\left\{ {n+1 \atop k} \right\} = \left\{ {n \atop k-1} \right\} + k \left\{ {n \atop k} \right\}$$

$$\left[{n+1 \atop k} \right] = \left[{n \atop k-1} \right] + n \left[{n \atop k} \right]$$

(b) Všimněte si, že při rozkladu n prvků na $n-k$ rozkladových tříd je aspoň $n-2k$ tříd jednoprvkových.

(c) Použijte rekurenci v části (a).

(d) Čísla $\left\{ {n \atop k} \right\}$ i $\left[{-k \atop -n} \right]$ splňují stejnou rekurenci i stejné počáteční podmínky.

2. Jaka je pravděpodobnost, že jsou ve stejném cyklu *délky* k? Jiný postup: zkuste rafinovaně zakódovat permutace, aby to z toho kódování bylo vidět. Náznak: zkuste vyjít z rozkladu permutace na cykly.

3. Pokud G obsahuje sudý cyklus, obarvěte napřed ten a pak obarvení rozšiřujte.

4. Nechť x_n má stupeň d_n. Uvažte komponentu G_1 grafu G, která neobsahuje vrchol x_n. Ta může mít jenom stupně $< |G_1|$.

5. Rozmyslete si kombinatorický význam vlastních čísel, tj. přeložte tento pojem z řeči 'násobení matic' do řeči 'psaní čísel na graf'.

6. Sporem: Buď F maximální párování a u, v dva vrcholy, které nejsou pokryté. Kolika hranami může být množina $\{u, v\}$ připojena k nějaké hraně z F?