

3. cvičení z MA3 – 18.10.2011

Abelova parciální sumace

$$\sum_{k=1}^n (s_k - s_{k-1})t_k = s_n t_n - s_0 t_0 - \sum_{k=1}^n s_{k-1}(t_k - t_{k-1})$$

1. Dokažte uvedenou formuli. Možnosti důkazu (vyberte si ...):

- (a) Indukcí.
- (b) Dvojím rozpisem formule $\sum_{k=1}^n (s_k t_k - s_{k-1} t_{k-1})$.
- (c) Výstižným obrázkem.

2. Parciální sumaci lze použít podobně, jako integrační metodu per-partes. Zkuste to na následujících příkladech. Symbol H_n označuje sumu $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

- (a) $\sum_{k=1}^n k/2^k$
- (b) $\sum_{k=1}^n H_k$
- (c) $\sum_{k=1}^n kH_k$
- (d) $\sum_{k=l}^n k \binom{k}{l}$

Mimochodem, platí následující aproximace:

$$H_n = \ln n + 0.577 \dots + O\left(\frac{1}{n}\right).$$