

1. zkoušková písemka MA – 18.1.2011

Na každý papír napište: číslo příkladu, jméno a paralelku: X (Šámal) nebo Y (Stará).

1. (10 bodů) Pro která α je omezená, a pro která konvergentní, posloupnost $a_n = (-1)^n \operatorname{arctg} \frac{2}{1+n^2} \left(\ln(e^{(n^3)} - 2) \right)^\alpha$. a) $\alpha = 1/2$, b) obecné $\alpha \in \mathbb{R}$.

2. (10 bodů) Rozhodněte, zda následující řada konverguje, příp. konverguje absolutně. (Logaritmus je přirozený.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \log n + \frac{(-1)^n}{n} + 17}$$

3. (10 bodů) Rozhodněte, ve kterých bodech má následující funkce derivaci (příp. jednostranné derivace), a spočtěte ji (je).

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{1-x^2}} & \text{pokud } |x| < 1 \\ 0 & \text{pokud } |x| \geq 1. \end{cases}$$

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh následující funkce (tj. najděte definiční obor, obor spojitosti, extrémy, inflexní body, asymptoty, vyšetřete monotonii a konvexitu / konkávnost, chování v krajních bodech definičního oboru, periodicitu a sudost/lichost, nakreslete graf).

$$f(x) = \sin x + |\cos x|.$$

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Na vypracování máte 120 minut.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítadla, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčíslujte je ($137 \cdot 173$ je stejně dobrá, ne-li lepší odpověď, než 23701).

Můžete využívat jeden tahák o formátu A4.