

## 4. zkoušková písemka z MA – 17.6.2009

Na každý papír napište číslo příkladu a své jméno.

1. (15 bodů) Nalezněte primitivní funkci k následující funkci

$$\frac{2 \cos x \sin x - \cos^3 x + \cos x}{(\sin x - 1)^2 (\sin^2 x + 5)}.$$

Zdůvodněte, na jakých intervalech výpočet funguje.

2. (20 bodů) Spočítejte objem a povrch tělesa

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{y^2 + z^2} \leq \cosh x, -a \leq x \leq a\}$$

( $a > 0$  je parametr). Pro připomenutí,  $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ . “Podstavy”, tj. části povrchu tělesa, které jsou tvořeny kruhem, nepočítejte.

3. (15 bodů) Nalezněte (globální) minimum a maximum funkce  $f(x, y) = x + y + z$  na množině

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + 2y + 3z = 0\}.$$

Nezapomeňte vysvětlit, proč maximum a minimum existují. Pokud o nějaké množině budete tvrdit, že je kompaktní, zdůvodněte, proč tomu tak je.

---

Na vypracování máte 120 minut.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.) Můžete mít jeden tahák: papír velikosti A4, oboustranně popsaný.

Přeji vám hodně štěstí.