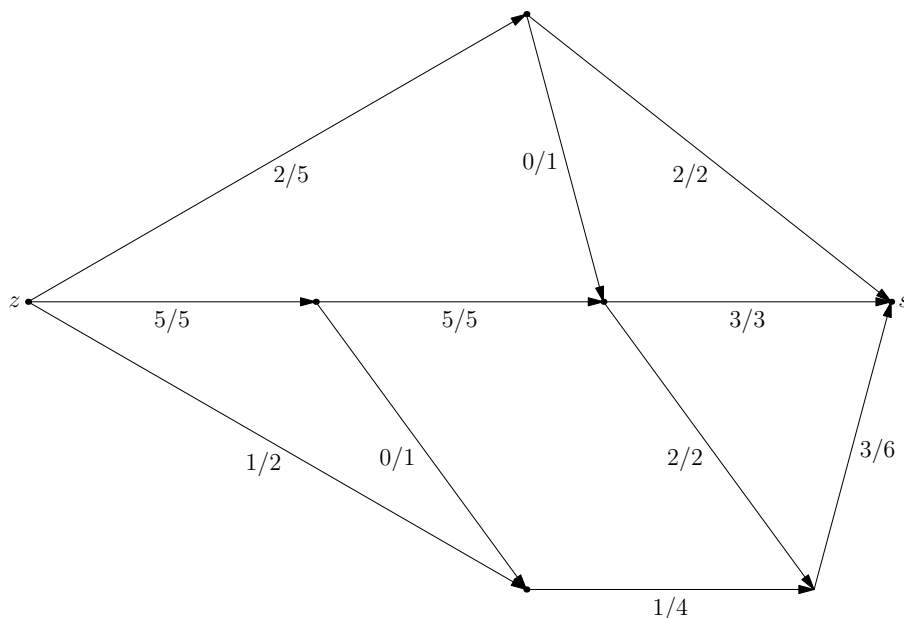
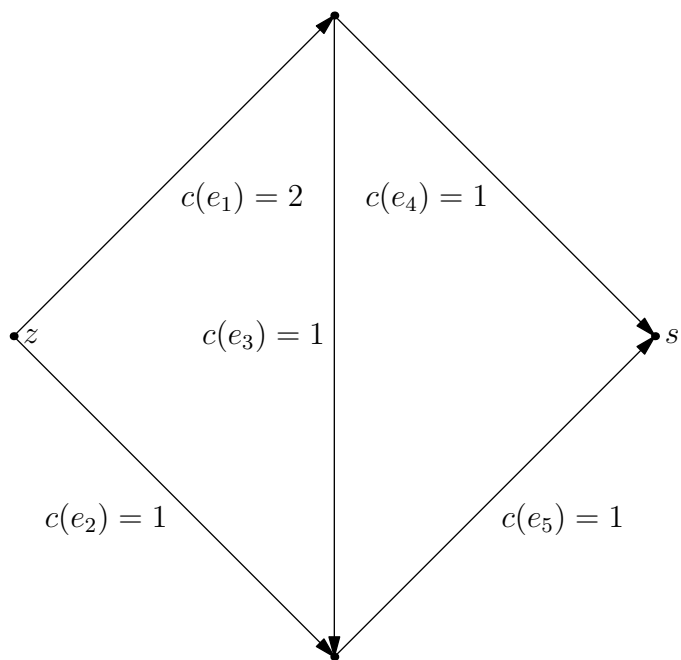


1. Pomocí Ford-Fulkersonova algoritmu nalezněte v následující síti maximální tok; vyjděte přitom z předepsaného počátečního toku:



Nalezněte také odpovídající minimální řez.

2. Ukažte, že jsou-li všechny kapacity v síti celá čísla, pak existuje maximální tok takový, že všechny jeho hodnoty jsou celá čísla.
3. Uvažujme matici  $A$ , kde  $0 \leq A_{ij} \leq 1$  pro každé  $i$  a  $j$  a kde každý řádek a sloupec má celočíselný součet. Ukažte, že  $A$  lze zaokrouhlit, aniž bychom změnili tyto součty; tedy že existuje matice  $B$  se stejnými řádkovými i sloupcovými součty, pro kterou platí  $B_{ij} \in \{0, 1\}$  pro každé  $i$  a  $j$ .
4. Pomocí toku ve vhodně zvoleném grafu
  - nalezněte 3-regulární bipartitní graf na 10 vrcholech.
  - ukažte, že neexistuje bipartitní graf na 10 vrcholech takový, že vrcholy v obou partitách mají stupně 5, 4, 4, 2 a 1.
5. Mějme následující síť:



Uvažme množinu bodů  $\{[f(e_1), f(e_2), f(e_3), f(e_4), f(e_5)] : f \text{ je tok}\}$ .  
 Jaký tvoří tato množina geometrický útvar?

6. Dokažte, že v každé síti (i s iracionálními kapacitami) existuje maximální tok.