

1. Určete počet

- podmnožin  $S$  množiny  $\{1, \dots, n\}$  takových, že  $|x - y| \geq 2$  pro každé dva různé prvky  $x, y \in S$ .
- řetězců z písmen A, B a C délky  $n$  bez podřetězce AB.
- způsobů, jak vytriangulovat konvexní  $n$ -úhelník pomocí neprotínajících se úseček spojujících jeho vrcholy.
- vydláždění obdélníka  $3 \times n$  pomocí dlaždic velikosti  $1 \times 2$ .

2. Nalezněte vytvořující funkce pro počet způsobů, jak  $n$  vyjádřit jako

- součet jedniček, dvojek a pětek bez ohledu na pořadí.
- součet jedniček, dvojek a pětek s ohledem na pořadí.
- součet lichých čísel bez ohledu na pořadí.
- součet lichých čísel s ohledem na pořadí.
- součet přirozených čísel bez ohledu na pořadí, kde pětka se v součtu vyskytuje nejvýše třikrát.
- součet navzájem různých čísel bez ohledu na pořadí.
- součet navzájem různých čísel s ohledem na pořadí.

Ukažte, že počet způsobů, jak  $n$  vyjádřit jako součet lichých čísel bez ohledu na pořadí je stejný, jako počet způsobů, jak  $n$  vyjádřit jako součet navzájem různých čísel bez ohledu na pořadí.