1. Nalezněte souvislý graf G, který má orientaci v níž je vstupní stupeň každého vrcholu 2, koeficient u $x_1^2 x_2^2 \dots x_n^2$ v jeho polynomu je 0, a přesto je G 3-vybíravý.

2. Nechť $v_1, \dots, v_n$ je pořadí vrcholů grafu G takové, že $v_1 v_2 \in E(G)$ a pro $i \geq 3$ má v_i právě dva sousedy mezi $\{v_1, \dots, v_{i-1}\}$. Nechť

$$p_G = \prod_{v_i v_j \in E(G), i<j} (x_j - x_i)$$

je grafový polynom G v proměnných $x_1, \dots, x_n$. Pro libovolnou funkci $f : [n] \to N$ budiž $c(f, G)$ koeficient p_G u členu $x_1^{2-f(1)} x_2^{2-f(2)} \dots x_n^{2-f(n)}$ (je-li $f(x) > 2$ pro nějaké $x \in [n]$, pak $c(f, G) = 0$). Nechť $e_i : [n] \to N$ je funkce tž. $e_i(i) = 1$ a $e_i(x) = 0$ pro $x \in [n] \setminus \{i\}$. Označme $\widetilde{c}(f, G) = c(f + e_2, G) - c(f + e_1, G)$.

   Ukažte indukcí pro $n \geq 2$, že splňuje-li f podmínku $\sum_{x \in [n]} f(x) = 2$, pak $\widetilde{c}(f, G) \equiv 1 \pmod 3$.

3. Nechť G je 2-degenerovaný, v_0 je vrchol G a L je přiřazení seznamů vrcholům G tž. $|L(v)| \geq 3$ pro $v \in V(G) \setminus \{v_0\}$ a $|L(v_0)| = 1$. Ukažte, že G je L-obarvitelný.

4. Nechť p je prvočíslo. Ukažte, že je-li průměrný stupeň multigrafu G větší než $2p - 2$, pak G má neprázdný podmultigraf, v němž stupně všech vrcholů jsou dělitelné p.

5. Graf je *skoro d-regulární*, mají-li všechny jeho vrcholy stupeň d nebo $d + 1$. Ukažte, že je-li G skoro d-regulární, ale žádný jeho podgraf není skoro d-regulární, pak v G existuje párování pokrývající všechny vrcholy stupně $d + 1$.

6. Ukažte, že je-li G skoro d-regulární, pak G má podgraf s množinou vrcholů $V(G)$, který je skoro $(d-1)$-regulární, ale není $(d-1)$-regulární.

7. Ukažte, že je-li G skoro d-regulární graf pro $d \geq 4$ a G není 4-regulární, pak G má 3-regulární podgraf.