

Příklad 1: Sečtěte řady (pomocí vytvořujících funkcí)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 \quad \sum_{k=0}^n k2^k$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{2^{n-k}}{k}$$

Příklad 2: Matematický drak souhlasil s navrácením princezny Konstanty princí Integrálovi pokud mu pro každé n dodá truhlu s n předměty - sudý počet stříbrných pohárů, násobek pěti zlatých mincí, nejvýše 4 polodrahokamy a potenciálně jednou perlou. Kolika způsoby lze připravit n -tou truhlu? Nalezněte řešení jako koeficient polynomu nějaké vytvořující funkce.

Konečné projektivní roviny

Příklad 3: Najděte (různorodé) příklady konečných množinových systémů $(\mathcal{X}, \mathcal{P})$, které selžou pouze na axiomu nedegenerovanosti (A3). Je možné najít několik typů neomezené velikosti a několik triviálních.

Příklad 4: Dokažte nebo vyvráťte ekvivalenci definice při nahrazení axiomu (A3) jedním z následujících axiomů:

(A3') $\exists p \neq q \in \mathcal{P} : |p|, |q| \geq 3$ ("existují 2 netriviální přímky")

(A3'') $\forall p, q \in \mathcal{P} : p \cup q \subsetneq \mathcal{X}$ (" \mathcal{X} nelze pokrýt dvěma přímkami")

Příklad 5: První dva axiomy KPR, (A1) a (A2), hovoří o právě jedné přímce (" $= 1$ "), a právě jednom bodě (" $= 1$ ").

Uvažte všechny možnosti uvolnění jednoho nebo obou axiomů na nerovnosti (" ≤ 1 " a " ≥ 1 "). Pro každou možnost ukažte, že po příslušné změně axiomů stále dostáváme právě KPR, nebo ukažte protipříklad.

Projektivní rovina

je systém $(\mathcal{X}, \mathcal{P})$, kde

\mathcal{X} je nosná množina prvků (*bodů*)

\mathcal{P} je systém podmnožin (*přímek*) \mathcal{X}

splňující axiomy:

(A1) $\forall x \neq y \in \mathcal{X}$, existuje **právě** jedna přímka $p \in \mathcal{P}$ t.ž. $x, y \in p$.

(A2) $\forall p \neq q \in \mathcal{P}$, existuje **právě** jeden bod $x \in \mathcal{X}$ t.ž. $x \in p \cap q$.

(A3) $\exists C \subseteq \mathcal{X}$, $|C| = 4$ t.ž. $\forall p \in \mathcal{P} : |p \cap C| \leq 2$.

(*" \exists body v obecné poloze", "axiom nedegenerovanosti"*)